Программа экзамена. Линейная алгебра. 1 семестр.

1. Поле комплексных чисел.
2. Линейное пространство арифметических векторов. Определение, проверка аксиом.
3. Линейное пространство направленных отрезков с общим началом. Определение, проверка
4. аксиом.
5. Матрицы. Определение. Арифметика матриц.
6. Определители. Свойства.
7. Обратная матрица. Существование и единственность.
8. Определение СЛАУ. Совместность, определенность. Теорема Крамера.
9. Линейная зависимость и независимость системы арифметических векторов. Линейная зависимость системы одного и двух векторов.
10. Теоремы о линейно зависимых и независимых системах векторов.
11. Базис системы векторов. Определение, основные теоремы.
12. Ранг матрицы как системы векторов. Теорема о базисном миноре.
13. Элементарные преобразования. Метод Гаусса (приведение матрицы к ступенчатому виду). Неизменность ранга при элементарных преобразованиях.
14. Теория СЛАУ: теорема Кронекера-Капелли. Два случая совместности (определенные и
15. неопределенные СЛАУ).
16. Свойства решений однородной и неоднородной СЛАУ.
17. Линейное координатное пространство: базис пространства, координаты, размерность. Изоморфизм линейных пространств.
18. Подпространство. Линейная оболочка.
19. Пространство решений однородной СЛАУ. Фундаментальная система решений.
20. Сумма и произведение подпространств. Теорема о размерностях.
21. Прямая сумма. Достаточное условие разложения в прямую сумму.
22. Преобразование базиса и координат.
23. Системы координат. Определение. Декартовы и полярная СК.
24. Геометрический вектор в координатном пространстве: Определение. Скалярное произведение. Модуль, направления и проекции вектора.
25. Коллинеарность, компланарность, ортогональность векторов. Критерии.
26. Векторное и смешанное произведения векторов и их приложения.
27. Уравнения прямой на плоскости.
28. Уравнения плоскости в пространстве.
29. Уравнения прямой в пространстве.
30. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
31. Движения плоскости: осевая симметрия, перенос, поворот.
32. Кривые второго порядка. Специальные определения. Канонические уравнения.
33. Характеристики.
34. Кривые второго порядка. Универсальные определения. Полярное уравнение. Общее
35. уравнение.
36. Классификация кривых второго порядка.
37. Поверхность в пространстве. Кинетический способ задания поверхности.
38. Общее уравнение поверхности 2-го порядка. Канонические уравнения. Метод сечений.
39. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Преобразование уравнений поверхности.

Пример билета:

Вопрос 1. *Верно ли приведенное утверждение? Если да, то докажите его. Если нет, то приведите контрпример, переформулируйте утверждение так, чтобы оно стало верным и докажите его.*

V - линейное пространство направленных отрезков с общим началом ($\dim V = 2$).

Тогда для всех $\vec{a}, \vec{b} \in V$ верно, что $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

Вопрос 2. При каком n пространство $\mathbb{R}^{\mathrm{n}}$ изоморфно линейной оболочке векторов

$$\vec{a} = (2, -1, 4),\ \vec{b} = (2, 0, 1),\ \vec{c} = (0, 1, -3)?$$