

Программа экзамена. Математический анализ. 1 семестр.

1. Вещественная ось. Бесконечность. Границы и грани. Окрестность точки. Точка сгущения множества.
2. Определения предела функции. Предел и бесконечность.
3. Односторонние пределы функции. Существование и единственность предела функции.
4. Предел последовательности. Свойства и признак сходящихся последовательностей.
5. Предельный переход в неравенствах. Теорема о двух милиционерах.
6. Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Свойства.
7. Сравнение бесконечно малых. Теоремы об эквивалентных функциях.
8. Первый замечательный предел. Следствия (эквиваленты).
9. Второй замечательный предел. Число e .
10. Представление функции ее пределом. Теоремы о пределах.
11. Определения непрерывной функции и ее локальные свойства.
12. Свойства функции, непрерывной на отрезке: формулировки теорем Вейерштрасса и Больцано-Коши. Примеры и контрпримеры.
13. Определение и классификация разрывов функции.
14. Асимптоты.
15. Определение производной функции. Геометрический и механический смыслы. Односторонние производные.
16. Дифференцируемая в точке функция: определение, свойства.
17. Правила дифференцирования: производная суммы, произведения и отношения функций. Производная сложной функции, обратной функции и функции, заданной параметрически.
18. Производные элементарных функций: константа, степенная функция, показательная, логарифмическая функции, синус, косинус, тангенс и арктангенс.
19. Дифференциал первого порядка. Геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала.
20. Производные высших порядков. Дифференциал 2-го порядка. Неинвариантность формы.
21. Свойства функции, дифференцируемой на отрезке: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья.
22. Формула Тейлора.
23. Исследование функции на экстремум. Необходимое и достаточное условия экстремума.
24. Исследование функции на перегиб: выпуклость функции, точки перегиба. Необходимое и достаточное условия перегиба.
25. Определение и свойства неопределенного интеграла.
26. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
27. Интегрирование рациональных функций (общая схема). Интегрирование простейших дробей 1,2,3.
28. Интегрирование тригонометрических функций.
29. Интегрирование некоторых иррациональных функций, метод тригонометрической подстановки.
30. Определенный интеграл. Определение, свойства линейности и аддитивности.
31. Геометрический смысл определенного интеграла. Оценка определенного интеграла. Теорема о среднем.
32. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу.
33. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
34. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Пример билета:

Вопрос 1. Верно ли приведенное утверждение? Если да, то докажите его. Если нет, то приведите контрпример, переформулируйте утверждение так, чтобы оно стало верным и докажите его.

$$f \in C_{[a,b]} \Leftrightarrow \exists \xi \in (a, b) | f'(\xi) = 0.$$

Вопрос 2. В какой точке функции $\alpha(x) = x^n$ и $\beta(x) = \cos x^3 - 1$ являются б.м.? При каком значении n функция $\alpha(x)$ является б.м. порядка выше, чем функция $\beta(x)$?